

The Space of Binary Theta Series

Abstract:

The purpose of this paper is to study the space Θ_D generated by the binary theta series ϑ_f attached to the primitive positive binary quadratic forms f of a fixed discriminant $D < 0$. In particular, we explain how each such theta series ϑ_f can be expressed as a linear combination of the (extended) Atkin-Lehner basis for modular forms of weight one. Furthermore, we show that this space has a natural basis $\{\vartheta_\chi\}_\chi$ consisting of Hecke eigenforms ϑ_χ (attached to characters χ of the class group $\text{Cl}(D)$ of forms of discriminant D) and work out the associated L -functions $L(s, \vartheta_\chi)$.

Le but de cet article est d'étudier l'espace Θ_D qui est généré par les séries thêta binaires ϑ_f qui sont attachées aux formes f primitives positives binaires quadratiques d'une discriminant $D < 0$ fixée. En particulier, nous expliquons comment chaque telle série thêta ϑ_f peut être exprimée comme une combinaison linéaire de la base d'Atkin-Lehner (allongée) pour les formes modulaires de poids un. De plus, nous montrons que cet espace a une base naturelle $\{\vartheta_\chi\}_\chi$ consistant en fonctions propres de Hecke ϑ_χ (attachées aux caractères χ du groupe $\text{Cl}(D)$ des classes des formes de discriminant D) et nous calculons les fonctions $L(s, \vartheta_\chi)$ associées.