

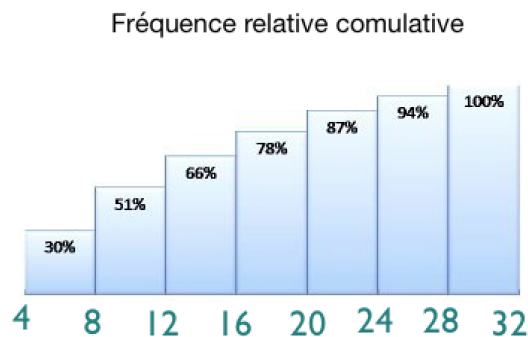
DEVOIR 1–GCB140

A. Sadeghkhani

Février 2017

- Veuillez répondre seulement à 8 questions sur 10 comme vous le souhaitez et indiquez lequel des deux exercices ne sont pas résolus au début de votre solution.
- La date limite pour la remise de ce devoir est le vendredi, 10 février à 8h30 avant le séance d'exercice.
- Vous pouvez le faire individuellement ou en groupe de deux.

1. Soient x_1, \dots, x_n , les n observations d'une série statistique et $f(a) = \sum_1^n (x_i - a)^2 / (n - 1)$. Montrer que f prend la valeur minimale lorsque $a = \bar{x}$.
2. Avec $n = 200$ et selon l'histogramme suivant calculer
 - a) le mode
 - b) la médiane
 - c) D_9
 - d) le coefficient de dissymétrie (skewness)



3. Soient A et B deux évènements incompatibles tels que $p(A) = 0.3$ et $p(B) = 0.5$. Quelle est la probabilité que
 - a) A ou B a lieu?
 - b) A a lieu mais pas B ?
 - c) Ni A ni B n'ont lieu?
 - d) A et B ont lieu?
4. On lance deux dés (un dé blanc et un dé noir). Si on obtient pair pour le dé blanc, on gagne en dollars, le double nombre obtenu par le dé noir et si on obtient impair pour le dé blanc, on perd en dollars le nombre obtenu par le dé noir. Soit v.a. X le montant gagné, calculer l'espérance de X .
5. On choisit 2 boules au hasard dans une urne qui contient 8 boules blanches, 4 boules noires et 2 boules oranges. Supposons qu'on gagne 2\$ pour chaque boule noire tirée, et qu'on perde 1\$ pour chaque boule blanche tirée. Soit X égale au gain du joueur.

- a) Quelles sont les valeurs possibles de X (Support)?
 b) Trouver la fonction de masse?
 6. Soient X et Y deux v.a. discrète dont la fonction de masse conjointe est fournie par le tableau suivant

| $f(x, y)$ | | x | | | Row |
|---------------|---|----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| | | 0 | 1 | 2 | Totals |
| y | 0 | $\frac{3}{28}$ | $\frac{9}{28}$ | $\frac{3}{28}$ | $\frac{15}{28}$ |
| | 1 | $\frac{3}{14}$ | $\frac{3}{14}$ | 0 | $\frac{3}{7}$ |
| | 2 | $\frac{1}{28}$ | 0 | 0 | $\frac{1}{28}$ |
| Column Totals | | $\frac{5}{14}$ | $\frac{15}{28}$ | $\frac{3}{28}$ | 1 |

- a) Calculer $P(X = 1|Y = 2)$, $P(X \leq 1|Y = 2)$
 b) X et Y sont indépendants?
 c) Trouver la fonction de masse $Y|X = 2$
 d) $Cov(2X, Y - 1)$
 7. Une secrétaire reçoit en moyenne 5 appels téléphoniques par heure.
 a) Quelle est la probabilité qu'elle ne reçoive aucun appel dans l'heure à venir?
 b) Quelle est la probabilité qu'elle reçoive exactement 10 appels dans l'heure ?
 c) Quelle est la probabilité qu'elle reçoive au moins 3 appels dans 2 heures?
 8. Soit $X \sim N(0, 25)$, Trouver
 a) $P(X \leq 5)$
 b) Le premier quartile Q_1 ? (Indice: On cherche pour une constante Q_1 tel que $P(X \leq Q_1) = \frac{1}{4}$).
 9. Soit $f(x) = \begin{cases} cx & 0 \leq x < 2, \\ c(4 - x) & 2 \leq x \leq 4, \text{ où } c > 0. \\ 0 & 4 < x, \end{cases}$ Calculer
 a) la constante c ?
 b) la fonction de répartition?
 c) $E(X)$?
 d) la médiane?
 e) En dessinant la fonction de densité, pouvez-vous deviner le mode?
 10. Un constructeur de composants produit des résistances. La probabilité qu'une résistance soit défectueuse est égale à 0.3
 Dans un lot de 15 résistances, quelle est la probabilité d'avoir
 a) Exactement deux résistances défectueuses ?
 b) Au moins deux résistances défectueuses ?