GCB140 – Statistiques en ingénierie

Chapitre 4

Nasser Sadeghkhani[1]

[1]a.sadeghkhani@usherbrooke.ca

Janvier 2017

Outline

Définition 1 (Espérance Mathématiques)

Si la v.a. X est discrète, alors : $E(X) = \sum_x x\, P(X = x)$,
et si X est continue, alors : $E(X) = \int_x x\, f(x)\, dx$.

Exemple 2

Soit X le résultat lancer d'un seul dé. Trouver et interpréter $E(X)$

Remarques

$E\left(g(X)\right) = \sum_x g(x)\, P(X = x)$.

Définition 3 (La variance d'une variable aléatoire)

$Var(X) = E\left(X - E(x)\right)^2 = E(X^2) - E^2(X)$.

Exemple 4

x	-1	0	3
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$

- $E(X)$
- $E(x^2)$
- $E(-2X^2+X+1)$
- $V(X)$

Propriétés

1. $E(c)=c$,
2. $E(a\,X+b)=a\,E(X)+b$,
3. $E(a\,X+b\,Y)=a\,E(X)+b\,E(Y)$,
4. $V(c)=0$,
5. $V(a\,X+b)=a^2\,V(X)$.
6. Si X et Y sont indépendants, $V(a\,X+b\,Y)=a^2\,V(x)+b^2\,V(Y)$

Définition 5 (Covariance de deux v.a X et Y)

$Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)\,E(Y)$.

Définition 6 (Corrélation de deux v.a X et Y)

$\rho = Corr(X, Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{V(X)\,V(Y)}}$.

Remarques :

1. Si X et Y sont indépendantes, alors $E(XY) = E(X)\,E(Y)$, donc on a $Cov(X, Y) = 0$ et $Corr(X, Y) = 0$. Inverse n'est pas nécessairement correct.
2. $-1 \leq Corr(X, Y) \leq 1$.
3. $Cov(a\,X + b, c\,Y + d) = ac\,Cov(X, Y)$.

Exemple 7

La fonction de masse conjointe de X et Y est donnée par le tableau suivant.

$X \setminus Y$	0	1	2
0	1/10	1/10	3/10
1	0	2/10	0
2	1/10	2/10	0

a) Trouvez les fonctions de masse marginales de X et Y.

b) Calculez $cov(X, Y)$.

c) Trouvez la fonction de masse de la variable aléatoire $Z = X - Y$.

d) Calculez $E[Z]$.

Exercice 1

Un lot contenant 7 composants est échantillonné par un inspecteur de la qualité. Le lot contient 4 *bons* composants et 3 composants *défectueux*. Un échantillon de 3 est pris par l'inspecteur. Trouver la moyen de X : *nombre de bons composants dans cet échantillon*.