

Exercices supplémentaire 2

GCB140

February 2017

1 TLC

1. On choisit un nombre au hasard parmi $0, 1, \dots, 9$. Soit X : nombre de 9 obtenu, si on répète cette expérience 625 fois. En utilisant le TLC trouver (i) $P(X = 50)$, (ii) $P(50 < X \leq 60)$.
2. Un centre de transmission électriques doit envoyer 70 message. Supposons que le temps de transmission de chaque message indépendemment est une loi exponentielle de moyenne .2 minutes. Donner une approximation pour la probabilité que l'ensemble des 70 messages soit transmis en moins de 12 minutes.
3. Un vol est assuré par un Airbus de 150 places. Pour ce vol des estimations ont montré que la probabilité pour qu'une personne confirme son billet est $p = 0.75$. La compagnie vend n billets, $n > 150$. Soit X la variable aléatoire "nombre de personnes parmi les n possibles, ayant confirmé leur réservation pour ce vol".
Quel est le nombre maximum de places que la compagnie peut vendre pour que, au moins 95%, elle soit sûre que tout le monde puisse monter dans l'avion, c.à.d : n tel que : $P(X > 150) \leq 0.05$?

Solution 3

La loi exacte suivie par X est une loi binomiale de paramètres : n, p . $E(X) = 0.75n$ et $\text{Var}X = 0.25 \cdot 0.75n$. Comme $n > 150$, on peut faire l'approximation par la loi normale d'espérance $0.75n$ et d'écart-type $\sigma = \sqrt{0.25 \cdot 0.75n}$. $P[X > 150] \leq 0.05$ si $P[X \leq 150] \geq 0.95$ si : $P\left[\frac{X-0.75n}{\sqrt{0.25 \cdot 0.75n}} \leq \frac{150-0.75n}{\sqrt{0.25 \cdot 0.75n}}\right] \geq 0.95$. Dans la table de Gauss, on lit $F(1.645) = 0.95$. On n'a plus qu'à résoudre l'inéquation : $\frac{150.5-0.75n}{\sqrt{0.25 \cdot 0.75n}} \geq 1.645$, dont les solutions sont :

$$0 \leq n \leq 187.$$